О.А. МАСЛОВА
(Волгоград)

ФОРМИРОВАНИЕ МЕТОДИЧЕСКИХ УМЕНИЙ РАБОТАТЬ С ПОНЯТИЯМИ У БАКАЛАВРОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА» НА ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКЕ

Анализируются возможности курса математической логики в формировании у будущего учителя математики методических умений работать с определениями математических понятий. Выделены умения, позволяющие выполнять логико-математический анализ определений математических понятий и конструировать задачи в соответствии с целями этапов формирования понятия. Приведены примеры систем задач практикума математической логики как средства формирования указанных умений.

Ключевые слова: *математическая логика, методическое умение, понятие, определение понятия, логико-математический анализ определения, процесс формирования понятия, система задач.*

Важнейшая профессиональная компетенция будущего учителя математики – владение методологией математической науки, которую он собирается преподавать. Выделим значение математической логики как курса, в котором закладываются основы этой методологии. Математическая логика дает возможность исследовать сам математический метод как таковой, судить о математике в целом, о ее возможностях и исследовательской силе. Не просто высказывать какие-то суждения, но и доказывать их строгими математическими методами. Никакой другой раздел математики не обладает подобными возможностями.

Современное преподавание и обучение математике немыслимы без знания основ логики. Обучение строению математических утверждений, понятию доказательства математической теоремы и методам их доказательства – основа методики обучения математике.

Основным показателем готовности бакалавра к осуществлению профессионально-методической деятельности является сформированность методических умений. Согласно концепции профессионально-педагогической направленности обучения математике будущих учителей [4], каждый предмет, изучаемый в вузе, должен вносить вклад в решение проблемы совершенствования подготовки будущих учителей, теперь уже бакалавров педагогического образования. Таким образом, приоритетные направления методической деятельности бакалавра педагогического образования по профилю «Математика» должны определять требования к математическому компоненту профессиональной подготовки при формировании методических умений в рамках изучения предметного содержания математических курсов. Это отвечает принципу бинарности – принципу объединения в каждом математическом курсе научной и методической линий вышеуказанной концепции А.Г. Мордковича.

Успешность процесса формирования у обучаемых системы научных знаний в соответствующей научной области, в первую очередь, зависит от умений учителя организовать работу по изучению понятий и их определений. Не осознавая логической структуры формулировки определения некоторого математического понятия, невозможно сформировать у учащихся представление об объеме этого понятия, привести примеры и контрпримеры, организовать работу учащихся по выявлению существенных свойств понятия, распознать эквивалентность приведенных формулировок определений одного понятия, составлять задачи по использованию определения.

Выделим методические умения, относящиеся к работе с математическим понятием, предварительно разделив их на две группы.

К *первой* будем относить методические умения работать со структурой определения математического понятия:

– выполнять логико-математический анализ структуры определения, который осуществляется через фиксацию рода, существенных свойств, целостной системы существенных свойств понятия, связи (конъюнктивной, дизъюнктивной или импликативной) существенных свойств;

– делать запись определения математического понятия на языке математической логики;

– преобразовывать логическую структуру определения математического понятия с целью перевода его в импликативную форму;

– строить отрицание определения математического понятия;

© Маслова О.А., 2013

– выполнять проверку определения математического понятия на соответствие требованиям корректности к нему.

Вторую группу составляют умения, относящиеся к организации процесса формирования понятия: умения подбирать или составлять задачи в соответствии с целями этапов формирования математического понятия: на варьирование несущественных и выделение существенных свойств понятия, синтез выделенных существенных свойств и формулировку определения понятия, выделение ближайшего рода и видового отличия, математическую запись определения, усвоение логической структуры определения понятия, на классификацию и т.д.

Почему проблема формирования методических умений средствами курса математической логики на сегодняшний день не решена?

Во-первых, не разработаны системы задач профессионально-методической направленности как средства формирования методических умений. Решаемые студентами задачи систематизированы в соответствии с предметным содержанием курса математической логики, а не с его профессионально-методической направленностью.

Во-вторых, не разработано методическое обеспечение (с точки зрения методики обучения *высшей* математике) отдельных тем курса математической логики, в изучение которых интегрирован процесс формирования указанных выше методических умений. Методическое обеспечение может быть представлено в виде разработок занятий, подборок систем задач по темам, рекомендаций по тематическому планированию, решению задач, проведению контрольных работ и тестирования, сочетанию различных методов, средств и форм организации обучения.

Выделим систему задач как основное средство формирования методических умений работать с понятиями у бакалавров педагогического образования по профилю «Математика» на занятиях по математической логике. Г.И. Ковалева под системой задач понимает совокупность упорядоченных и подобранных в соответствии с поставленной целью задач, действующих как одно целое, взаимосвязь и взаимодействие которых приводят к заранее намеченному результату [3]. Системы задач, которые будем использовать для формирования методических умений работать с понятиями, обладают рядом особенностей. Первая – использование парных задач: одна задача нацелена на формирование методических умений работать со структурой определения математического понятия, вторая – на конструирование задач для организации процесса формирования понятия. Необходимость умения составлять задачи доказана в работе Н.А. Астаховой [1]. Вторая особенность – использование материала из различных школьных учебников по алгебре и геометрии. Это позволяет не только систематически актуализировать знания школьной математики у студентов академической группы, но и моделировать профессиональный этап подготовки к введению нового математического понятия в ходе решения указанных выше задач. Третья особенность – адаптация определений из школьных учебников по алгебре и геометрии при формулировании задач по математической логике. К примеру, в школьном учебнике приводится следующее определение: «Простым называют натуральное число, имеющее ровно два натуральных делителя: единицу и само это число». Однако с точки зрения логики такая формулировка не является высказыванием, поэтому вместо глагола *называют* будем использовать глагол *является*. Таким образом, мы будем «адаптировать» определение некоторого математического понятия при формулировании задач по математической логике.

В данной статье приведем примеры задач курса математической логики, классифицированных в соответствии с некоторыми из выделенных методических умений, относящихся к работе с математическими понятиями.

Задачи на формирование умения проводить логико-математический анализ структуры определения. Логико-математический анализ структуры определения математического понятия предполагает выявление ближайшего родового понятия, существенных свойств и логических связок между ними. В первую очередь, в ходе логико-математического анализа структуры родовидового определения математического понятия необходимо научиться выделять ближайшее родовое понятие. Приведем примеры.

Задача 1 (тема «Понятия высказывания и операций над ними»). В предложении вместо пропусков вставить одно из указанных слов с целью получения истинного высказывания:

Параллелограмм – ___ (многоугольник, четырехугольник, геометрическая фигура), у которого(ой) противоположные стороны попарно параллельны.

Задача 1'. Провести логико-математический анализ определений из школьного учебника по теме «Параллелограмм». Составить задачи на уяснение обучающимися ближайшего рода этих понятий.

Задача 2. Установите истинность высказываний A, B, $A \vee B$, $\neg B \rightarrow A$, $A \wedge (A \leftrightarrow B)$:

А: 'Одночленом является выражение с числами, переменными и их степенями' (ложное, правильно: одночленами называют произведения чисел, переменных и их степеней);

В: 'Число r является остатком от деления целого числа a на натуральное число b, если разность $a - b$ делится на b и $0 \leq r < b$' (ложное, правильно: целое число r …).

Определив истинностное значение высказываний A и B, студенты приступают к определению истинностных значений остальных высказываний посредством логических операций над ними.

Задача 2'. Составить задачи на установление истинности высказываний, используя теоретический материал по теме «Свойства функции».

Задача 3. Установите истинность высказываний A и B. В предложении D вместо пропуска вставьте одно из указанных слов с целью получения ложного значения высказывания $\neg B \rightarrow (A \leftrightarrow D)$:

A: 'Правильным многоугольником является многоугольник, у которого все стороны равны' (ложное, правильным многоугольником является *выпуклый* многоугольник, у которого все стороны равны);

B: 'Арккосинусом числа a является такое число, косинус которого равен a' (ложное, арккосинусом числа a называется такое число из отрезка $[0; \pi]$, косинус которого равен a);

D: 'Геометрическим телом является ограниченная ____ (фигура, связная фигура) в пространстве, которая содержит все свои граничные точки, причем сколь угодно близко от любой граничной точки находятся внутренние точки фигуры'.

Решение задачи требует анализа связи между истинностными значениями высказываний D и $\neg B \rightarrow (A \leftrightarrow D)$. Для того чтобы высказывание $\neg B \rightarrow (A \leftrightarrow D)$ принимало ложное значение, D должно быть истинным, а значит, вместо пропуска в формулировке данного высказывания надо выбрать вариант *связная фигура*.

Выявление логических связок между существенными свойствами сопряжено с элементами лингвистического анализа текста определения, т.е. с выявлением присутствующих в тексте логических союзов и восполнением отсутствующих, а также установлением сфер действия этих союзов. Так, запятая соответствует союзу «и», который ассоциируется с операцией конъюнкции; частица «не», в свою очередь, ассоциируется с операцией отрицания, а предложение вида «если …, то…» соответствует операции импликации.

Задача 3'. Составить задачи на уяснение обучающимися логических связок в определении понятий по теме «Многоугольники».

Задача 4. Вместо пропусков вставьте одну из предложенных операций так, чтобы следующее высказывание стало истинным:

$A \leftrightarrow B \wedge C$ ____ $(\wedge, \vee)$ D

где А: 'данная дробь является периодической'; B: 'данная дробь является бесконечной десятичной'; C: 'у данной дроби, начиная с некоторого знака, повторяется одна и та же цифра'; D: 'у данной дроби, начиная с некоторого знака, повторяется несколько цифр'.

Задача 4'. Составить задачи, аналогичные задаче 4, используя теоретический материал по теме «Многоугольники».

Задачи на формирование умения делать запись определения математического понятия на языке математической логики. Осознание структуры определения понятия будет более успешным, если научиться его записывать на языке математической логики. В.И. Игошин предлагает рассматривать понятие как предикат, а объем понятия – как область истинности данного предиката [2]. Высказыванием называется предложение, о котором имеет смысл говорить, истинно оно или ложно. Если из высказывания убрать субъект (подлежащее) и заменить его некоторой переменной x, то останется предикат (сказуемое), выражающий некоторое свойство или признак каких-то объектов. Таким образом, с точки зрения математической логики свойства математических объектов рассматриваются как одноместные предикаты. Указанное сопоставление позволяет записывать определения через род и видовые отличия на языке математической логики. Будем рассматривать видовое отличие как одноместный предикат $P(x)$, определенный на множестве M, которое и является ближайшим родом. Видовых отличий в определении может быть несколько, и они могут быть связаны между собой различным образом: конъюнктивно, дизъюнктивно или в сочетаниях данных связок.

Таким образом, будущий учитель математики, выявляя логическую структуру определения, должен уметь переводить определение математического понятия с обычного языка на язык предикатных формул и наоборот. Именно такой перевод помогает точно уяснить смысл утверждения (определения), избежать двусмысленности и правильно построить его отрицание. В практику обучения следует включить следующие задачи:

Задача 5 (тема «Понятия высказывания и операций над ними»). В следующем высказывании выделите элементарные и определите логические связки между ними.

Задача 6 (тема «Применение языка логики предикатов для записи математических предложений и построения их отрицаний»). Запишите на языке логики предикатов определения математических понятий, предварительно выделив в них элементарные предикаты.

Задачи на формирование умения строить отрицания определения математического понятия. Весьма полезным в ходе изучения нового понятия является приведение учителем контрпримеров, успешность конструирования которых напрямую зависит от сформированности умения строить отрицание математических утверждений. Процесс построения отрицания определения математического понятия с точки зрения математической логики представляет собой процесс равносильных преобразований логических формул.

Литература

1. Астахова Н.А. Методика обучения будущих учителей математики составлению задач : дис. … канд. пед. наук. Волгоград, 2009.

2. Игошин В.И. Математическая логика как педагогика математики. Саратов : Изд. центр «Наука», 2009.

3. Ковалева Г.И. Теория и практика обучения будущих учителей математики конструированию систем задач : моногр. Волгоград : Изд-во ВГСПУ «Перемена», 2012.

4. Мордкович А.Г. Профессионально-педагогическая направленность специальной подготовки учителя математики в педагогическом институте : дис. … д-ра пед. наук. М., 1986.

Formation of methodological skills of working with notions for Bachelors of pedagogical education specializing in mathematics at the mathematical logic lessons

There is analyzed the potential of the course of mathematical logic in formation of future mathematics teacher's methodological skills of working with the definitions of mathematical notions. There are sorted out the skills that allow logical and mathematical analysis of the mathematical notions and constructing the tasks in accordance with the aims of notion formation levels. There are given the examples of the systems of the practical course of mathematical logic as the means of formation of the skills mentioned above.

Key words: *mathematical logic, methodological skill, notion, definition of the notion, logical and mathematical analysis of the notion, process of notion formation, system of tasks.*