Г.И. КОВАЛЕВА, Ю.О. СЛЕТА
(Волгоград)

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ КОМПОНЕНТ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ АНАЛИЗУ УСЛОВИЯ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Освещается основополагающий при решении этап анализа условия планиметрической задачи. Рассматривается умение анализировать условие планиметрической задачи и его структура, состоящая из трех компонентов: статического, преобразующего, графического. Определены этапы формирования умения: адаптационный, ориентационный, стабилизационный. Представлен содержательный компонент методики обучения учащихся анализу условия планиметрической задачи, который представляет собой систему задач, сконструированную в соответствии со структурой формируемого умения.

Ключевые слова: *планиметрическая задача, анализ условия, умение анализировать условие, методика обучения.*

В методике обучения математике общепринято деление процесса решения учебной задачи на четыре основных этапа: осмысление условия задачи, составление плана решения, осуществление плана решения, изучение найденного решения, так называемый взгляд назад. Причем первый этап определяет последующие, т. к. на нем происходит выделение компонентов задачи и связей между ними, сопоставление задачи с ранее решенными, с изученной теорией. Именно анализ условия задачи обеспечивает выбор стратегии ее решения. Понимая это, ученые и методисты говорят о необходимости его проведения.

Так, Г.И. Саранцев [6] пишет, что на первом этапе имеют место осознание условия и требования задачи, усвоение и разборка отдельных элементов условия (или элементов цели), поиск необходимой информации в системе памяти, соотнесение условия и заключения с имеющимися знаниями и опытом. Н.С. Подходова, Н.Л. Стефанова [7], говоря об анализе условия задач, указывают на многообразие субъективных задач, порожденных многозадачностью слов и словосочетаний, поэтому цель данного этапа видят в выделении объективного содержания задачи, условия, заключения, создании краткой записи, чертежа.

Я.Е. Гольдберг [1] считает, что анализ геометрической задачи направлен прежде всего на то, чтобы выявить свойства фигуры, непосредственно связанные с ее условием; уяснить зависимости между данными и искомыми элементами, включить те и другие в состав вспомогательных плоских фигур.

Ю.М. Колягин [5], Л.М. Фридман [8] указывают, что наиболее результативно проблема обучения анализу условия задачи решается в контексте эвристики. Привлечение эвристической информации (совокупность различных видов эвристик, эвристических приемов, методов, правил) в ходе анализа условия задачи определяет его эффективность.

Отмечая важность первого этапа решения задач, методисты не уделяют должного внимания его организации: не существует общей схемы анализа условия задачи, отсутствует методика формирования у учащихся умения анализировать условие задач, не выделены приемы работы учителя на данном этапе.

Необходимым элементом анализа условия геометрических задач является чертеж. Построение чертежа, соответствующего условию задачи, предполагает наличие у учащихся умений улавливать те соотношения между элементами чертежа, которые могут быть нужны при решении данного вопроса, видеть нужный образ и выделять его из разнообразных сочетаний с другими геометрическими фигурами, устанавливать зависимость между элементами фигуры, видеть геометрические объекты «умственным взором», мысленно преобразовывать фигуру. Как формировать эти частные умения, входящие в структуру умения анализировать условие геометрической (в частности, планиметрической) задачи?

Таким образом, обучение учащихся анализу условия задач является необходимым условием формирования умения решать задачи и должно, на наш взгляд, стать предметом специальной методики.

Используя определение умения Л.В. Занкова как владения определенными приемами работы и, следовательно, соответствующими приемами умственной деятельности [3], *под умением анализировать условие задачи будем понимать владение приемами умственной деятельности, направленными на обработку конкретно заданной информации и на выявление такой информации, которая непосредственно не задана условием, но присуща ему*. Поясним, что вся информация, заложенная

© Ковалева Г.И., Слета Ю.О., 2018

в задаче, может быть разделена на три вида: а) непосредственно заданная в условии; б) полученная непосредственно из условия; в) полученная уже из новой, т. е. выведенной ранее, информации.

Анализ различных действий на этапе понимания условия задачи позволил предположить, что умение анализировать условие задачи является многокомпонентным, и спроектировать его структуру, выделив умения:

– статические (позволяющие получить информацию из условия задачи без его непосредственного изменения);

– преобразующие (позволяющие получить информацию из условия задачи при его изменении (варьировании));

– графические (связанные с чертежом).

Схематически структура умения анализировать условие планиметрической задачи представлена на рис. 1 (см. с. 51).

Процесс формирования умения проходит три этапа: адаптационный, стабилизационный и ориентационный. Каждый этап характеризуется целью и особыми средствами формирования умения. Выделенные структура умения и этапы формирования позволяют описать методику обучения учащихся основной школы анализу условия планиметрической задачи, строго определенное педагогическое воздействие, направленное на обучение учащихся анализу условия планиметрических задач и проявляющееся при реализации целей и содержания курса планиметрии.

Содержательный компонент данной методики представлен компонентной системой задач в соответствии со структурой формируемого умения.

Что такое система задач? Г.И. Ковалева [4] и Т.Ю. Дюмина [2] под системой задач понимают совокупность упорядоченных и подобранных в соответствии с поставленной целью задач, действующих как одно целое, взаимосвязь и взаимодействие которых приводит к заранее намеченному результату.

Некоторые психологи отождествляют понятия «задача» и «вопрос». С точки зрения Ю.М. Колягина [5], это неправомерно. Действительно, в определенном смысле всякую задачу можно заменить вопросом. Однако не всякий вопрос является задачей. Вопрос выступает лишь как некоторое указание к действию (решению задачи), являясь свойством, сопутствующим задаче (или одним из ее компонентов). Математический вопрос не предполагает решения, ответ на него заключается в простом воспроизведении одного какого-либо результата, теоремы или определения из пройденного курса. Содержательный компонент методики обучения учащихся основной школы анализу условия планиметрической задачи представлен системой задач.

Почему именно система задач? Педагоги, психологи и методисты доказали, что задача, решаемая в отрыве от других задач, не дает желаемого результата, не позволяет добиваться общей цели.

В чем заключается отличительная особенность системы задач как средства обучения учащихся основной школы анализу условия планиметрических задач? Она строится в соответствии с компонентной структурой умения анализировать условия планиметрических задач.

В рамках поискового эксперимента определены задачи, без которых не может происходить формирование умения анализировать условие планиметрической задачи.

- Задачи на формирование статического компонента умения анализировать условие планиметрической задачи – на осознание смысла слов, входящих в формулировку задачи; на распознавание известных элементов в различных сочетаниях.
- Задачи на формирование преобразующего компонента – на преобразование формулировки в равносильную; обратные; нестандартизированные; на отработку ключевой идеи (переосмысление элементов фигуры с точки зрения другого понятия).
- Задачи на формирование графического компонента – на нахождение ошибки в чертеже; на составление условия по чертежу; на варьирование чертежа.

Рассмотрим варианты систем задач на примерах.

I. Из одной точки окружности проведены две взаимно перпендикулярные хорды, удаленные от центра на расстояние 6 см и 10 см. Найдите их длины (см. рис. 2 на с. 52).

Система задач

1. Вопросы и задачи для осознания смысла слов, входящих в формулировку задачи.

➢ Какие из отрезков являются хордами окружности?

➢ Какой из отрезков является расстоянием от точки до отрезка?

➢ Сравните длину отрезков *ON, OB, OA*.

➢ Какие отрезки являются радиусами?

➢ Пересекаются ли взаимно перпендикулярные прямые? Под каким углом?

2. Вопросы для осознания элементов задачи, рассматриваемых в различных сочетаниях.

Рис. 1. Структура умения анализировать условие задачи

➢ Элементами каких фигур являются отрезки *DO, OD*? (Расстояние от центра окружности до хорд; стороны прямоугольника; высота и медиана соответствующих треугольников, катеты соответствующих прямоугольных треугольников).

➢ Элементами каких фигур являются отрезки *ON, OM*? (Радиусы окружности; стороны соответствующих треугольников).

➢ Элементом каких фигур является отрезок *OA*? (Радиус окружности; сторона треугольника; диагональ прямоугольника).

3. Переформулировать условие (данные / требование) задачи в равносильное.

Катеты прямоугольного треугольника удалены от центра описанной окружности на расстояние 6 и 10 см. Найдите их длины.

4. Составить и решить обратную задачу.

• *Две взаимно перпендикулярные хорды с длинами 20 и 12 см проведены из одной точки окружности. Найдите расстояние от центра до этих хорд.*

• *Две хорды с длинными 12 и 20 см пресекаются в точке А. Расстояние от центра окружности до хорд равно 10 и 6 см соответственно. Найдите угол между хордами.*

5. Составить и решить (если возможно) задачу нестандартизированную.

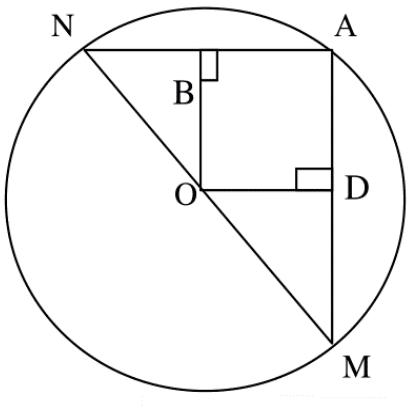

Рис. 2

Из одной точки окружности проведены две хорды, расположенные от центра на расстоянии 6 см и 10 см. Найдите их длины.

В данном случае задача не имеет решения, но необходима для осознания важности угла между хордами.

6. Составить и решить задачу на отработку ключевой идеи (радиус является сторонами равнобедренного треугольника).

AM – хорда окружности длиной 10 см. Найдите радиус, если расстояние от центра до хорды равно 4 см.

При решении задач выполнять чертеж, данные и искомые величины отмечать разными цветами, соблюдать символику (равные углы отмечать равными дугами, равные отрезки – равными штрихами).

7. Найти ошибку на чертеже (рис. 3а).

8. Составить условие по чертежу (рис. 3б).

9. Изобразить чертеж к данной задаче, изменив расположение точек, если возможно (рис. 3в).

II. Найдите площадь трапеции *ABCD* с основанием *AB* и *CD* и высотами AA_1 и BB_1, если *AB=10* см, *BC=DA=13* см, *CD=20* см.

Система задач

1. Вопросы и задачи для осознания смысла слов, входящих в формулировку задачи.

- Какие стороны трапеции параллельны?
- Являются ли отрезки *AD* и *BC* основаниями трапеции?
- У любой ли трапеции боковые стороны равны?
- Какие из углов трапеции равны?
- Какие из отрезков трапеции равны?
- Сумма каких углов трапеции равна 180°?

2. Вопросы для осознания элементов задачи, рассматриваемых в различных сочетаниях.

- Элементами каких фигур является отрезок AA_1?
- Элементами каких фигур является отрезок BB_1?

3. Переформулировать условие (данные / требование) задачи в равносильное.

Например: *Найдите площадь равнобедренной трапеции ABCD с боковой стороной 13 см и основаниями 10 см и 20 см.*

4. Составить и решить обратную задачу.

Например: *Площадь равнобедренной трапеции равна 180 см², основания 10 см и 20 см. Найдите боковую сторону.*

5. Составить и решить (если возможно) задачу нестандартизированную.

Например: *Найдите площадь трапеции ABCD с боковой стороной 13 см и основаниями 10 см и 20 см.*

В данном случае задача не имеет решения, но необходима для осознания важности вида трапеции.

6. Составить и решить задачу на отработку ключевой идеи (в равнобедренной трапеции высоты отсекают два равных треугольника).

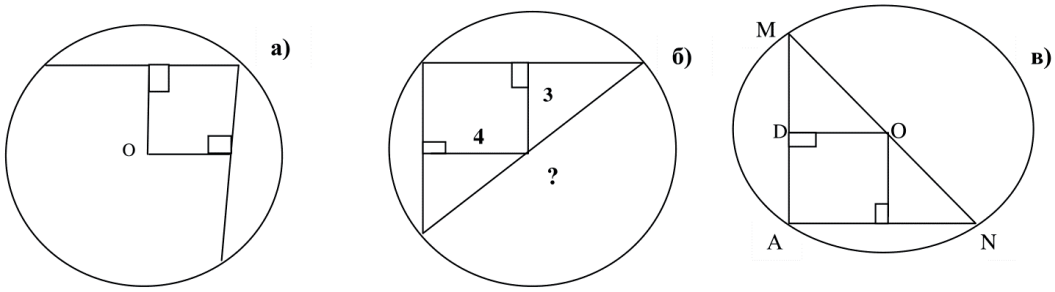

Рис. 3

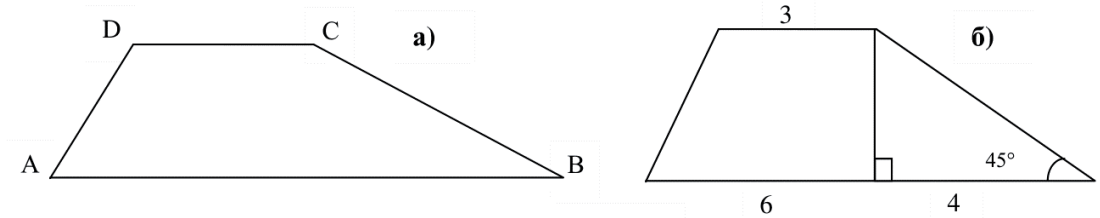

Рис. 4

Например: *В равнобедренной трапеции ABCD боковая сторона равна 10 см, высота – 6 см, а меньшее основание – 8 см. Найдите большее основание.*

При решении задач выполнять чертеж, данные и искомые величины отмечать разными цветами, соблюдать символику (равные углы отмечать равными дугами, равные отрезки – равными штрихами).

7. Найти ошибку на чертеже (рис. 4а).

8. Составить условие по чертежу (рис. 4б).

9. Изобразить чертеж к данной задаче, изменив расположение точек (если возможно).

Формирующий эксперимент доказывает, что использование компонентной системы задач в рамках методики обучения учащихся основной школы анализу условия планиметрической задачи в полной мере способствует формированию у учащихся соответствующего умения.

Список литературы

1. Гольдберг Я.Е. С чего начинать решение стереометрической задачи: пособие для учителя. Киев: Радянськая школа, 1990.

2. Дюмина Т.Ю. Содержательный компонент методической системы обучения будущих учителей математики конструированию систем задач: дис. … канд. пед. наук. Волгоград, 2006.

3. Занков Л.В. О предмете и методах дидактических исследований. М.: АПН РСФСР, 1962.

4. Ковалева Г.И. Теория и практика обучения будущих учителей математики конструированию систем задач: моногр. Волгоград: Изд-во ВГПУ «Перемена», 2012.

5. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. М.: Просвещение, 1977. Ч. II.

6. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов. М.: Просвещение, 2002.

7. Стефанова Н.Л., Подходова Н.С. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов. М.: Дрофа, 2005.

8. Фридман Л.М. Как научиться решать задачи: пособие для учителя. 2-е изд. перераб. и доп. М., 1984.

* * *

1. Gol'dberg Ja.E. S chego nachinat' reshenie stereometricheskoj zadachi: posobie dlja uchitelja. Kiev: Radjans'kaja shkola, 1990.

2. Djumina T.Ju. Soderzhatel'nyj komponent metodicheskoj sistemy obuchenija budushhih uchitelej matematiki konstruirovaniju sistem zadach: dis. … kand. ped. nauk. Volgograd, 2006.

3. Zankov L.V. O predmete i metodah didakticheskih issledovanij. M.: APN RSFSR, 1962.

4. Kovaleva G.I. Teorija i praktika obuchenija budushhih uchitelej matematiki konstruirovaniju sistem zadach: monogr. Volgograd: Izd-vo VGPU «Peremena», 2012.

5. Koljagin Ju.M. Zadachi v obuchenii matematike. M.: Prosveshhenie, 1977. Ch. II.

6. Sarancev G.I. Metodika obuchenija matematike v srednej shkole: ucheb. posobie dlja studentov mat. spec. ped. vuzov i un-tov. M.: Prosveshhenie, 2002.

7. Stefanova N.L., Podhodova N.S. Metodika i tehnologija obuchenija matematike. Kurs lekcij: posobie dlja vuzov. M.: Drofa, 2005.

8. Fridman L.M. Kak nauchit'sja reshat' zadachi: posobie dlja uchitelja. 2-e izd. pererab. i dop. M., 1984.

Contents of teaching the analysis of planimetric tasks in secondary school

The article deals with planimetric tasks and their structure, which consists of three components: static, transforming and graphic. The following stages of skill development are under consideration: adaptation, orientation, stabilization. The article presents the substantial component of teaching students to analyze a planimetric task. The contents are a system of tasks designed in accordance with the structure of the skill.

Key words: *planimetric task, condition analysis, ability to analyze the condition, teaching methods.*

(Статья поступила в редакцию 26.03.2018)